**蒙特卡洛方法**

蒙特卡洛方法（Monte Carlo method，也有翻译成“蒙特卡罗方法”）是以概率和统计的理论、方法为基础的一种数值计算方法，将所求解的问题同一定的概率模型相联系，用计算机实现统计模拟或抽样，以获得问题的近似解，故又称随机抽样法或统计试验法。上述就是蒙特卡洛方法的基本概念，比较抽象，下面结合实际工作中的理解，谈一谈对蒙特卡洛方法的一些认识。

**（1）首先，蒙特卡洛不是个人名，而是个地名，说明该方法与概率有着密切的关联。**

蒙特卡洛方法的提出者是大名鼎鼎的数学家冯·诺伊曼，搞计算机的不可能不知道他（计算机之父），冯·诺伊曼在20世纪40年代中期用驰名世界的赌城—摩纳哥的蒙特卡洛来命名这种方法。（大家也别把蒙特卡洛当一个城市，估计和北京的一条街差不了多少，因为摩纳哥（不是非洲的摩洛哥）本身就是个袖珍国家，比我国澳门都小的多）。说明该方法与赌博中的随机性、概率性有着天然而密切的联系。几乎涉及到复杂的、与概率相关的数值计算的领域都有可能会用到。比如计算物理、经济金融、统计学、机器学习等。

**（2）蒙特卡洛没有什么高深的理论，它只是一种方法或者说策略。**

    蒙特卡洛方法并没有什么高深的理论支撑，如果一定要说有理论也就只有概率论或统计学中的大数定律了。蒙特卡洛的基本原理简单描述是先大量模拟，然后计算一个事件发生的次数，再通过这个发生次数除以总模拟次数，得到想要的结果。比如投3个骰子，计算3个骰子同时是6的概率，可以模拟投N次（随机样本数），统计同时是6出现的次数C，然后C除以N即是计算结果。

**（3）蒙特卡洛方法可以应用在很多场合，但求的是近似解，在模拟样本数越大的情况下，越接近与真实值，但样本数增加会带来计算量的大幅上升。**

    蒙特卡洛方法不仅仅是算概率哦，再看一个稍复杂点的实例：求函数y=x2在[0,2]区间的积分，即求如下图所示的红色区域的面积。当然直接用数学中的定积分公式算更简单精确，这里主要是举例说明下蒙特卡洛方法的使用过程。

绘图代码如下：

import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
x = np.linspace(0, 2, 1000)  
y = x \*\* 2  
plt.plot(x, y)  
plt.fill\_between(x, y, where=(y > 0), color='red', alpha=0.5)  
plt.show()

    该红色区域在一个2×4的正方形里面。使用蒙特卡洛方法，随机在这个正方形里面产生大量随机点（数量为N），计算有多少点（数量为count）落在红色区域内（判断条件为y<x2），count/N就是所要求的积分值，也即红色区域的面积。

    1.模拟1000个随机点：

NN = 1000  
points = [[xy[0] \* 2, xy[1] \* 4] for xy in np.random.rand(N, 2)]  
plt.scatter([x[0] for x in points], [x[1] for x in points], s=5, c=np.random.rand(N), alpha=0.5)

plt.show()

    2.计算落在红色区域的比重：

count = 0  
for xy in points:  
    if xy[1] < xy[0] \*\* 2:  
        count += 1  
print((count / N) \* (2 \* 4))

输出结果：

2.832

    这与精确值（2.666666）的差距只有6.2%，而对于更大规模的模拟，N=100万，输出结果为：2.66528，这与精确值的差距只有0.051975%（万分之五）。可以看出，蒙特卡洛方法有一定的误差，误差的大小与模拟的样本大小直接相关，模拟样本越大，误差越小，但计算量也会大幅上升。

**（4）对于简单问题来说，蒙特卡洛是个“笨”办法。但对许多问题来说，它往往是个有效，有时甚至是唯一可行的方法。**

    对于上面的简单问题，蒙特卡洛方法就显得有点“笨”了。直接用数值积分运算更简单，更精确。

print(scipy.integrate.quad(lambda x: x \*\* 2, 0, 2)[0])

输出结果：

2.666666666666667

    但对于涉及不可解析函数或概率分布的模拟及计算，蒙特卡洛方法是个有效的方法。

    我们都玩过套圈圈的游戏，想过为什么你总是套不上吗？用蒙特卡洛方法来算一算。

    1.设物品中心点坐标为（0,0），物品半径为5cm。

iimport matplotlib.pyplot as plt  
import matplotlib.patches as mpatches  
import numpy as np  
circle\_target = mpatches.Circle([0, 0], radius=5, edgecolor='r', fill=False)  
plt.xlim(-80, 80)  
plt.ylim(-80, 80)  
plt.axes().add\_patch(circle\_target)

plt.show()

    2.设投圈半径8cm，投圈中心点围绕物品中心点呈二维正态分布，均值μ=0cm，标准差σ=20cm，模拟1000次投圈过程。

N = 1000  
u, sigma = 0, 20  
points = sigma \* np.random.randn(N, 2) + u

plt.scatter([x[0] for x in points], [x[1] for x in points], c=np.random.rand(N), alpha=0.5)

    上图中红圈为物品，散点图为模拟1000次投圈过程中，投圈中心点的位置散布。

    3.计算1000次投圈过程中，投圈套住物品的占比情况。

print(len([xy for xy in points if xy[0] \*\* 2 + xy[1] \*\* 2 < (8-5) \*\* 2]) / N)

    输出结果：0.014，即投1000次，有14次能够套住物品，就是个小概率事件，知道你为什么套不住了吧。

**（5）蒙特卡洛方法本身不是优化方法，与遗传算法、粒子群等优化算法有着本质的区别。**

     蒙特卡洛方法与遗传算法、粒子群算法等智能优化算法有相似之处，比如都属于随机近似方法，都不能保证得到最优解等，但它们也有着本质的差别。一是层次不一样，蒙特卡洛只能称之为方法，遗传算法等则属于仿生智能算法，比蒙特卡洛方法要复杂。二是应用领域不同，蒙特卡洛是一种模拟统计方法，如果问题可以描述成某种统计量的形式，那么就可以用蒙特卡洛方法来解决；遗传算法等则适用于大规模的组合优化问题（选址问题、排班问题、管理调度、路线优化）等，以及复杂函数求最值、参数优化等。